

Programa de Estudios, 2° Semestre, Licenciatura en Educación Primaria

Matemáticas y su Enseñanza I

Introducción

Hasta hace poco tiempo los problemas relacionados con la enseñanza de las matemáticas se estudiaban separando el contenido competencia de los matemáticos del método de enseñanza competencia de los pedagogos. Se consideraba además que el conocimiento que debía tener el maestro acerca de la disciplina y sobre la aplicación de métodos generales de enseñanza sustentados en determinada teoría del aprendizaje le permitirían un buen dominio del conocimiento matemático y sobre las formas de enseñarlo.

Los avances en el conocimiento sobre los procesos de aprendizaje y de enseñanza han cambiado esta perspectiva. Nos indican que la forma en que nos apropiamos de un saber determinado depende en gran medida de la naturaleza misma de ese saber y que, por lo tanto, el estudio de los problemas relacionados con su aprendizaje y con su enseñanza debe considerar las características específicas. No se puede enseñar o aprender de igual manera historia, matemáticas o educación artística.

La didáctica de las matemáticas estudia los fenómenos relativos a la enseñanza y al aprendizaje de esta disciplina; describe y analiza las dificultades que se identifican en estos procesos, propone recursos para ayudar a los profesores y a los alumnos a superarlas y, especialmente, para hacer del saber que se enseña algo vivo y funcional. La didáctica de las matemáticas nos proporciona herramientas para analizar secuencias de situaciones didácticas, para mejorarlas o incluso para crearlas.

El estudio de este sistema de relaciones integra aportes de otros campos del saber como la psicología del aprendizaje, los estudios sobre la práctica docente y, por supuesto, las matemáticas mismas.

Más de 30 años de investigación en didáctica de las matemáticas, realizada en diferentes países, permiten ofrecer explicaciones y formas de análisis de los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, sumamente útiles para la formación de los futuros maestros.

El enfoque: Las matemáticas como herramientas para resolver problemas

Las matemáticas se han construido a lo largo del tiempo como herramientas para resolver cierto tipo de problemas del mundo físico, social y también del propio campo de las matemáticas. Sin embargo, las matemáticas eruditas, aquellas que son reconocidas socialmente como *el saber matemático*, han pasado por un proceso de descontextualización; se han separado de los problemas que las originaron para integrar cuerpos estructurados de conocimiento; por ejemplo, los sistemas de numeración, los números racionales, la proporcionalidad, etcétera. Así aparecen mencionados en los diferentes niveles educativos.

Para ser enseñados, estos conocimientos teóricos y descontextualizados deben seguirse transformando a lo largo de un [proceso](#).¹ La tendencia dominante ha sido enseñarlos en su versión final, pero de manera *simplificada*. En esta simplificación, con mucha frecuencia la teoría se deforma, pierde su sentido original y no es raro que se reduzca a un conjunto de símbolos y técnicas con escaso significado.

La enseñanza directa de conocimientos teóricos o de técnicas supone, además, que los alumnos pueden aprender *recibiendo* información que acumulan poco a poco y que posteriormente *aplican* en la resolución de ciertos problemas.

Desde el punto de vista del aprendizaje, sabemos que los niños no son simplemente receptores que acumulan la información que les dan los adultos, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas nuevas.

Desde esta perspectiva, los niños aprenden matemáticas de una manera parecida a como éstas se crearon a lo largo de la historia: construyéndolas como herramientas frente a la necesidad de resolver cierto tipo de problemas, es decir, los niños necesitan enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto y generar sus propios recursos para resolverlas a partir de lo que ya saben. Sus recursos, informales al principio, evolucionan poco a poco con la experiencia mediante la interacción con sus compañeros y con la ayuda del maestro.

Este enfoque didáctico implica recuperar los significados de los conocimientos matemáticos, *recontextualizarlos*, es decir, ponerlos en situaciones en las que cobren sentido para el alumno al permitirle resolver los problemas que se le plantean.

Necesitamos disponer para cada tema que se vaya a estudiar de secuencias de situaciones didácticas que posibiliten estos procesos de aprendizaje y que sean factibles de ser puestas en marcha en las escuelas. Requerimos de herramientas para analizar las situaciones y los procesos a los que dan lugar. Un propósito general de este curso es proporcionar a los futuros maestros elementos básicos para realizar estas tareas.

La formación de los futuros maestros en la enseñanza de matemáticas

Para abordar el estudio de los aspectos didácticos de las matemáticas los estudiantes necesitan, por un lado, consolidar sus conocimientos sobre los contenidos básicos de la disciplina y, por otro, aprender las formas de enseñanza que propicien la construcción de aprendizajes permanentes y con significado en la escuela primaria. Para lograrlo, este curso debe ofrecer oportunidades para que los estudiantes:

a) Profundicen y consoliden el conocimiento que tienen de las matemáticas, de manera que descubran el sentido y la estructura de los contenidos de esta asignatura que se trabajan en la escuela primaria.

b) Observen y analicen el papel del profesor y de los alumnos de escuela primaria durante el desarrollo de diversas actividades de matemáticas, así como las características de las situaciones didácticas que se plantean.

Las formas de trabajo que se utilicen en la escuela normal deben reflejar el enfoque didáctico que se propone que los estudiantes conozcan y apliquen, para evitar una contradicción entre lo que aprenden acerca de la didáctica de las matemáticas y las formas en que, en la práctica, se enseña esta asignatura.

No se puede, por ejemplo, esperar que los estudiantes comprendan la necesidad de propiciar aprendizajes sólidos y significativos sustentados en la resolución de situaciones problemáticas, mientras reciben clases de matemáticas dictadas y carentes de sentido, en las que predomina un uso intensivo de la memoria.

c) Apliquen el enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas al trabajar con algunas situaciones didácticas propuestas en los materiales de apoyo para el maestro de educación primaria.

Estructura y contenido

El Plan de Estudios para la Licenciatura en Educación Primaria 1997 destina dos cursos de Matemáticas y su Enseñanza con una carga horaria de 6 horas/semana por semestre.

Cada curso se ha organizado en cuatro bloques temáticos como se describe a continuación:

Matemáticas y su Enseñanza I (108 horas)

Bloque I. Aprender matemáticas al resolver problemas.

Bloque II. Los números naturales y el sistema decimal de numeración.

Bloque III. Las cuatro operaciones básicas con números naturales.

Bloque IV. La geometría.

Matemáticas y su Enseñanza II (108 horas)

Bloque I. La medición.

Bloque II. Los números racionales.

Bloque III. Procesos de cambio.

Bloque IV. Tratamiento de la información, predicción y azar.

Esta forma de organización permite abordar problemáticas didácticas que corresponden a los contenidos, así como estudiar la forma en que éstos se vuelven más complejos en los distintos grados de la educación primaria. En cada bloque se proponen actividades para lograr que se establezcan relaciones importantes entre ciertos contenidos, por ejemplo, entre fracciones y medición, o entre multiplicación y proporcionalidad, y para destacar la importancia de realizar actividades permanentes como los juegos matemáticos, la estimación de resultados o el uso de la calculadora.

En cada bloque hay dos tipos de contenidos: los que tienen como propósito la formación en matemáticas del futuro profesor y aquellos en los que se reflexiona sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria.

Al estudiar los contenidos y al realizar las actividades que se proponen, es necesario que el profesor y los estudiantes eviten un fenómeno muy común, conocido como *permeabilidad didáctica*, que consiste en transferir hacia los alumnos de primaria información o actividades que son exclusivamente para la formación del maestro (términos formales, términos de didáctica o algunos problemas). Por ejemplo, al estudiar la división con números naturales no tiene sentido enseñar a los niños que hay problemas *tasativos* y de *reparto*; lo importante, dicho de manera general, es que sepan resolver ambos tipos de problemas.

Para estudiar algunos contenidos se incluyen reportes de investigación (artículos o partes de un libro) que dan cuenta de los procesos de aprendizaje de los niños. Eventualmente, los estudiantes y los profesores pueden ampliar la información acerca de los contenidos que se tratan en cada tema recurriendo a las lecturas que se recomiendan en la bibliografía básica y la complementaria.

Recomendaciones metodológicas

Formas de trabajo

Como se señaló anteriormente, el estudio de las Matemáticas y su Enseñanza tiene un doble propósito: que los estudiantes amplíen sus conocimientos matemáticos y que conozcan una manera distinta de hacer y aprender matemáticas, a la vez que analizan progresivamente aspectos didácticos subyacentes. Se pretende que los futuros maestros superen el temor o el rechazo a la disciplina y comprueben, a lo largo de estos cursos, que aprender matemáticas puede ser una experiencia personal muy gratificante.

Se propone distribuir las seis horas semanales en tres sesiones de dos horas, destinando el mayor tiempo posible a sesiones de taller en las que los estudiantes trabajen en equipo y compartan ideas personales al realizar diversas actividades que el profesor plantee. Por ejemplo, resolver o analizar una situación problemática, realizar y analizar un juego matemático, diseñar un plan de clase, analizar un registro de observación de una clase de matemáticas elaborado por alguno de los alumnos, analizar procedimientos de niños, etcétera. En la parte final de la clase pueden comentarse las lecturas que se realicen.

Frente a las *situaciones problemáticas*, cuyo propósito es ampliar y profundizar el conocimiento matemático, se espera que los estudiantes: elaboren procedimientos de solución personales, no necesariamente formales; sepan que, frente a problemas nuevos, los primeros procedimientos de solución son casi siempre de ensayo y error, tentativos; y reconozcan que los intentos fallidos son parte sustancial de estos procesos.

Los estudiantes comprobarán que los procedimientos evolucionan con la experiencia de resolver varias situaciones, algunas más complejas, al confrontar las diversas maneras en que los distintos equipos resolvieron un mismo problema y al incorporar sugerencias que el maestro aporta en ciertos momentos clave.

El papel del maestro durante el desarrollo de estas actividades es fundamental ya que debe seleccionar actividades, organizar al grupo, propiciar que los estudiantes resuelvan los problemas con sus propios recursos, socializar los procedimientos generados, y al final, destacar los contenidos matemáticos implícitos y explícitos que se trabajaron, así como promover la reflexión sobre determinadas características didácticas de las distintas experiencias. Esto último se retomará en situaciones dedicadas específicamente al análisis didáctico.

Las actividades de *análisis didáctico* pueden realizarse con la misma dinámica: trabajo en equipos, confrontación colectiva de conclusiones a las que llegaron, cuestionamientos y aportaciones del docente. Los materiales en los que se basará dicho análisis pueden ser: registros de observaciones de clase, situaciones didácticas, secuencias de actividades didácticas para alcanzar el aprendizaje de un contenido determinado, diferentes procedimientos de solución generados por niños o por los futuros maestros para resolver un mismo problema.

Con respecto a las actividades de lectura y el análisis de diferentes textos, audios y videos, se sugiere proponerlas *después de haber discutido y analizado en alguna actividad previa por lo menos uno de los aspectos de que trata*. Si alguno de los textos es largo, el profesor diseñará estrategias para facilitar su lectura comprensiva y aprovecharlo en su totalidad.

Para el análisis de los textos, el docente puede utilizar alguna de las siguientes modalidades:

- a) Participación libre de los integrantes del grupo: cada quien solicita participar en el momento en que desea comentar algún aspecto de la lectura que le pareció más interesante, o bien para ampliar o cuestionar el punto de vista de algún compañero. Al profesor le corresponde resaltar los puntos más importantes que se han expresado, incorporar aquellos aspectos que no

comentan los estudiantes, cuestionar errores de interpretación y ampliar la información recabada en el artículo.

b) El profesor puede elaborar previamente algunas preguntas que no se puedan contestar textualmente con la información del artículo y distribuirlas al azar entre los integrantes del grupo para que las discutan.

c) Los integrantes del grupo elaboran una o más preguntas relacionadas con el artículo y las intercambian antes de iniciar la discusión. Por turnos, cada uno lee la pregunta que le tocó y expresa lo que piensa.

d) Uno de los integrantes del grupo realiza una exposición breve del texto que se leyó y los demás la amplían o cuestionan aspectos del mismo.

e) Cada estudiante elabora un esquema en el que se resume el contenido de la lectura; a la hora de la discusión se intercambian dichos esquemas para analizar la información que contienen.

En cuanto a las actividades que los estudiantes realizan durante las estancias en la escuela, como parte de la asignatura Iniciación al Trabajo Escolar, es importante señalar que corresponde al maestro del curso de Matemáticas y su Enseñanza orientar la elaboración del plan de clase, en el que se incluyan aspectos centrales por observar en las clases de matemáticas organizadas por el profesor de primaria y las actividades que el estudiante deberá aplicar durante este periodo.

Algunos de los aspectos que conviene que los alumnos observen pueden ser, entre otros, los siguientes:

- ¿Cómo organizó el maestro al grupo para que realizaran la actividad?
- ¿En qué consistió la actividad planteada por el maestro?
- ¿Cómo se usó el libro de texto gratuito?
- Si la actividad realizada se tomó del fichero, ¿se planteó tal como se propone o tuvo modificaciones? ¿Cuáles?
- ¿Cuál fue la consigna (indicaciones) dada por el maestro?
- ¿Cuál fue la actitud de los alumnos frente a la actividad?
- ¿Cuáles procedimientos o recursos fueron utilizados por los niños para realizar la actividad?
- ¿Qué hizo el maestro mientras los alumnos realizaban la actividad?
- ¿Cuál fue la actitud del maestro frente a las participaciones y respuestas de los alumnos?
- ¿Cómo se validaron los procedimientos y respuestas de los alumnos?
- ¿Qué contenidos matemáticos se trabajaron al realizar la actividad y a qué eje temático corresponden?
- ¿Qué aprendieron los alumnos al realizar la actividad?

- Su opinión general sobre el desarrollo de la clase, el papel del maestro y de los alumnos.

Conviene recordar que en este semestre los estudiantes, además de observar las clases, se inician en las tareas de la enseñanza. Por este motivo, las actividades que realicen en la escuela primaria tendrán como propósitos el conocimiento y la comprensión de las formas en que los niños pueden enfrentar y resolver diversas situaciones problemáticas, sin que esto signifique que el estudiante deba enseñar contenidos matemáticos específicos con la complejidad que este proceso implica.

Los estudiantes pueden iniciar sus experiencias en la enseñanza aplicando alguna propuesta de los diferentes ficheros de actividades didácticas o de los libros de texto gratuitos.

Por ejemplo, si antes del primer periodo de estancia en la escuela primaria se han trabajado los bloques I y II, los estudiantes podrán seleccionar uno o dos problemas que representen un reto para los alumnos del grado que les corresponda observar y aplicarlo sin enseñar previamente cómo puede resolverse, permitir y propiciar que sean los niños quienes busquen una manera de solucionarlo, observar lo que hacen para resolverlo, organizar la confrontación de procedimientos generados y resultados obtenidos, favorecer que sean los propios alumnos quienes validen o invaliden sus resultados y, por último, reconocer que hay varios procedimientos correctos para resolver el mismo problema.

Es conveniente que los estudiantes normalistas recojan al final de la clase la hoja en la que los alumnos resolvieron el problema, por lo que se sugiere que desde el inicio soliciten a los niños que en una hoja suelta anoten su nombre y resuelvan el problema. Así se podrán analizar los diferentes procedimientos que se generaron y las dificultades enfrentadas por los niños.

Al finalizar las actividades de la clase, conviene que los estudiantes hagan una autoevaluación de su trabajo en el grupo. A continuación se presenta una serie de preguntas que orientan la elaboración de este reporte:

- ¿El problema o la actividad planteada resultó interesante para los alumnos? ¿Por qué?
- ¿Qué dificultades enfrenté para llevarla a cabo?
- ¿Qué dificultades manifestaron los alumnos al realizarla?
- ¿Cuántos procedimientos diferentes generaron los alumnos para resolver el problema?
¿En qué consistieron?
- ¿Qué aprendieron los niños al realizar esta actividad?
- ¿Qué cambios se pueden hacer para mejorar la clase en una próxima ocasión?

Las experiencias de trabajo en la escuela primaria se analizan colectivamente en la clase de Matemáticas y su Enseñanza con base en los registros de observación realizados por los estudiantes, se elaboran conclusiones y se proponen alternativas que permitan mejorar la clase analizada.

Materiales del curso

Para el estudio y análisis de los contenidos de este curso, a los estudiantes y profesores se les entregará el paquete didáctico *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Este último contiene la mayor parte de las actividades de estudio. Con el fin de obtener el mayor provecho de estas actividades, en cada bloque de este programa hay ejemplos de cómo el profesor puede organizarlas.

La bibliografía sugerida en cada bloque permitirá profundizar en los temas que se abordan en el curso. El profesor puede seleccionar algunos de los textos o partes de éstos para proponerlos a sus estudiantes. Para facilitar esta tarea, los textos que se consideran adecuados para los alumnos están señalados con un asterisco, algunos se encuentran en el libro de lecturas del paquete didáctico y otros se encuentran en la biblioteca de la escuela normal.

Otros recursos que apoyan el estudio de algunos temas que se trabajan en el curso se encuentran en la audioteca y videoteca de la escuela normal. Es importante que el profesor conozca y analice su contenido para trabajarlo con sus alumnos en el momento que lo considere pertinente.

La evaluación

La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes a lo largo de este curso debe considerar por igual los dos tipos de contenidos que conforman cada bloque: los contenidos de matemáticas y los aspectos relativos a su enseñanza y aprendizaje en la primaria.

Al estudiar los contenidos de matemáticas, se espera que los estudiantes puedan utilizarlos en la resolución de problemas y sean capaces de definirlos y expresar explícitamente sus propiedades. Es importante, además, que los estudiantes puedan determinar distintos tipos de problemas relativos a la noción matemática de que se trate, así como reconocer y explicar los significados asociados con esos problemas.

En relación con los aspectos sobre la enseñanza y el aprendizaje en la primaria, los estudiantes contarán con elementos para dar ejemplos variados de situaciones didácticas relativas a diversas nociones matemáticas, destacando las variables que permiten hacerlas complejas o simplificarlas e identificando el grado escolar para el cual son apropiadas. Asimismo, podrán anticipar algunos procedimientos que con mayor probabilidad utilizarían los niños de primaria frente a esas situaciones, así como posibles errores.

Los materiales para alumnos y maestros de educación primaria que ha editado la Secretaría de Educación Pública son recursos de apoyo que los estudiantes consultan y analizan a lo largo del curso. Al hacerlo, avanzan en el conocimiento de los propósitos y contenidos de los programas de matemáticas, su secuencia y profundidad a lo largo de la primaria, así como el tipo de actividades que promueven su aprendizaje.

Propósitos generales

Se pretende que a través de este curso los estudiantes:

- Consoliden el conocimiento de los contenidos matemáticos fundamentales que se enseñan en la escuela primaria y comprendan los distintos significados que adquieren al aplicarlos en distintas situaciones y en la resolución de problemas.
- Conozcan las características del enfoque didáctico para la enseñanza de las matemáticas que enfatiza la construcción de significados a partir de la resolución de situaciones problemáticas.
- Conozcan y apliquen elementos de didáctica de las matemáticas para analizar situaciones de enseñanza y su relación con los procesos de aprendizaje de conocimientos matemáticos en los niños

Bloque I. Aprender matemáticas al resolver problemas

En este bloque se introducen algunos aspectos generales de la enseñanza de las matemáticas en la primaria.

Se busca que los estudiantes conozcan, a partir de algunas experiencias iniciales, una manera de *hacer y aprender matemáticas* que se caracteriza por la producción de recursos personales, no necesariamente formales, para abordar una situación que presenta una dificultad. Se espera que los estudiantes puedan contrastar el carácter creativo, incluso gozoso, de estas experiencias con otras, especialmente aquellas que demandan del sujeto la aplicación de técnicas previamente mostradas. Este propósito estará presente en todo el curso. Los fundamentos teóricos que subyacen se irán explicando y analizando también a lo largo del curso, mediante la lectura y el análisis de textos y la confrontación de esta información con la experiencia obtenida al resolver problemas, así como con las observaciones que realicen los estudiantes del trabajo de los niños durante las estancias en la escuela primaria.

Además, en este bloque se introducen algunos elementos iniciales para el análisis de las situaciones didácticas.

Propósitos

Por medio del estudio de los contenidos y la realización de las actividades propuestas se espera que los estudiantes:

1. Establezcan relaciones entre la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático.
2. Identifiquen las características didácticas del juego como un medio para propiciar el aprendizaje de contenidos matemáticos.
3. Analicen la función de los procedimientos informales en la solución de problemas, como parte del proceso de comprensión y dominio de los procedimientos matemáticos formales.

Temas

- Nuestra experiencia personal con las matemáticas.
- El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas.
- El papel del juego en el aprendizaje de las matemáticas.
- El método de ensayo y error y la variación de la incógnita.
- El enfoque para la enseñanza de las matemáticas.

Bibliografía básica²

Block, D. *et al.* (1995), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte, México, SEP, pp. 17-27.

*- y M. Dávila (1993), "La matemática expulsada de la escuela", en *Educación matemática*, vol. V, núm. 3, México, pp. 39-58.

*- Charnay, R. (1994), "Aprender [por medio de] la resolución de problemas", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, pp. 51-64.

*- Fuenlabrada, I., D. Block, H. Balbuena y A. Carvajal (1994), *Juega y aprende matemáticas*, México, SEP (Libros del Rincón, 2 ed.), 94 pp.

Bibliografía complementaria

Carraher, T., D. Carraher y A. Schelieman (1991), "En la vida diez, en la escuela cero", en *Los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas*, México, Siglo XXI, pp. 25-47.

Chevallard, Y., M. Bosch y J. Gascón (1997), "Matemáticas, alumnos y profesores. Las matemáticas en el aula", en *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, Barcelona, ICE/Universidad Barcelona, Horsori, pp. 151-192.

Parra, B. M. (1990), "Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas", en *Educación matemática*, vol. II, núm. 3, México, pp. 22-31.

Moreno, L. y G. Waldegg (1995) "Constructivismo y educación matemática", en *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas*, México, SEP (Programa Nacional de Actualización Permanente), pp. 27-40.

Actividades sugeridas

Los temas de este bloque contienen aspectos generales de la didáctica de las matemáticas que se seguirán trabajando a lo largo del programa. En virtud de que muchos estudiantes han tenido durante su escolaridad una relación con las matemáticas poco gratificante, se sugiere iniciar el curso invitándolos a recordar episodios de su vida relacionados con las matemáticas: ¿qué experiencias difíciles recuerdan?, ¿qué fue lo que las hizo desagradables?, ¿qué experiencias gratas recuerdan?, ¿por qué fueron agradables?

Después de la charla, es conveniente proponer un juego de matemáticas para permitir a los estudiantes contrastar sus experiencias previas con una forma distinta de "hacer matemáticas". Se sugiere la cuarta versión del juego "¿Quién adivina el número?" que aparece en el libro *Juega y aprende matemáticas*.

Resolver en equipos los puntos 2 y 3, actividad 1 (pp. 18 y 19) del *Taller para maestros*, "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria", destinando el tiempo necesario para confrontar los resultados obtenidos y los diferentes procedimientos utilizados.

Resolver y comentar el punto 4, actividad 2 (p. 22) del *Taller para maestros*, destacando la importancia de los procedimientos informales para resolver problemas, pero a la vez el tipo de conocimientos que difícilmente se pueden obtener fuera de la escuela.

Después de leer individualmente el artículo "Aprender (por medio de) la resolución de problemas" (Charnay, R. 1994), se sugiere comentar los siguientes aspectos:

- ¿Cómo hacer para que los conocimientos matemáticos tengan sentido para el alumno?
- Análisis de los modelos de aprendizaje "normativo", "incitativo" y "aproximativo".
- El tipo de relaciones que se establecen entre el docente, el alumno y el problema.

Realizar la actividad 3, "El papel del juego en el aprendizaje de las matemáticas" (pp. 24 y 25) del *Taller para maestros*, destacando las características particulares del juego "Carrera a 20", así como la importancia del juego como recurso didáctico. Conviene realizar este tipo de actividades sistemáticamente a lo largo del curso.

Proponer a los estudiantes el siguiente problema: el perímetro de un terreno rectangular mide 102 metros. Se sabe que el largo del terreno mide el doble del ancho. ¿Cuánto mide el largo y cuánto mide el ancho?

- Con base en los procedimientos que se utilicen para resolver el problema, destacar la importancia de los procedimientos de ensayo y error como una manera de variar el valor de la incógnita en un problema.

Leer en los libros para el maestro, Matemáticas primer, tercero y quinto grados, los apartados "Introducción" y "Recomendaciones didácticas generales". Después, ver el video "Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas" de la serie *Entre maestros*, y comentar acerca de los rasgos más importantes que lo caracterizan. Por ejemplo, se puede hablar sobre el papel del maestro, del alumno, de la interacción de éste con el objeto de conocimiento, de la confrontación de procedimientos y resultados.

Para finalizar este bloque, los estudiantes observan y analizan una clase en la que se lleve a cabo un juego de matemáticas con alumnos de primaria. Los criterios de análisis pueden ser: el

papel del profesor, las formas en que los alumnos deciden sus jugadas, el conocimiento matemático implicado, la evolución de las jugadas. La clase puede ser en vivo o puede utilizarse el video o el audio sobre el juego que se cita en los materiales de trabajo.

Se recomienda también observar y analizar una clase en la que alumnos de primaria resuelvan un problema de matemáticas. Un ejemplo muy ilustrativo es el programa videograbado "Las matemáticas en la escuela". En caso de que se utilice esta grabación, es conveniente que los estudiantes resuelvan el problema que se plantea antes de ver el video.

Los criterios de análisis pueden ser: el papel del maestro, la diversidad de procedimientos de solución y la confrontación de resultados que se realiza al final.

Bloque II. Los números naturales y el sistema decimal de numeración

La noción de número y de sistema de representación de los números es una de las cuestiones más estudiadas y debatidas tanto desde la perspectiva psicológica como desde la perspectiva didáctica. Actualmente existe una diversidad de propuestas didácticas para el estudio de esta noción, desde aquellas que introducen los símbolos uno por uno, resaltando el trazo, hasta las que intentan aprovechar los conocimientos que los niños han construido antes de entrar a la escuela y crear condiciones para utilizarlos como recursos básicos en el desarrollo de conocimientos nuevos y más complejos.

En este bloque se orienta a los estudiantes para que analicen este contenido temático con el propósito de que distingan entre el aspecto semántico de un concepto matemático (sus significados) y el aspecto sintáctico (las maneras de representarlo, las reglas de escritura). Asimismo, se inicia el análisis de situaciones didácticas relativas a conocimientos específicos del sistema de numeración.

Propósitos

Por medio del estudio de los contenidos y la realización de las actividades propuestas se espera que los estudiantes:

1. Conozcan las características fundamentales del sistema decimal de numeración, oral y escrito.
2. Identifiquen algunos rasgos característicos del proceso de aprendizaje de la numeración por el que pasan los niños de preescolar y primer grado, y los distingan de los errores matemáticos.
3. Analicen diferentes situaciones didácticas relacionadas con el aprendizaje de la numeración y reconozcan las condiciones que puedan variarse para establecer una secuencia.

Temas

- Significados múltiples del número natural, situaciones que dan lugar a sus significados y procedimientos de solución.
- Representaciones diversas de los números naturales; el sistema decimal de numeración.
- Análisis de situaciones didácticas (noción de "situación didáctica"; variables didácticas de las situaciones y su relación con los procedimientos que propician; formas de validar los resultados).
- Los conocimientos previos de los niños acerca del sistema decimal de numeración.
- Secuencia de situaciones para el desarrollo de la noción de número en primer y segundo grados de primaria.

Bibliografía básica

Block, D. *et al.* (1995), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte, México, SEP, pp. 33-61.

*Lerner, D. y P. Sadovsky (1994), "El sistema de numeración: un problema didáctico", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, pp. 95-184.

Bibliografía complementaria

*Block, D. (1996) "Comparar, igualar, comunicar en preescolar", en *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro*, año III, núm. 11, mayo-junio, México, pp. 21-33.

Ifrah, G. (1988), "La India, cuna de la numeración moderna", en *Las cifras. Historia de una gran invención*, Madrid, Alianza Editorial, pp. 249-277.

SEP (1992), "Número", en *Guía para el maestro. Segundo grado. Educación primaria*, México, pp. 14-25.

Baroody, A. (1988), "Segunda parte: Matemática informal", en *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*, Madrid, Aprendizaje Visor, pp. 87-150.

Actividades sugeridas

Para el estudio de los temas que conforman este bloque se sugieren las siguientes actividades:

- Resolver en equipos la actividad 1, "Aprendiendo a contar" (pp. 34-39) del *Taller para maestros*, enfatizando la importancia de no usar el sistema decimal. Comentar en forma colectiva las preguntas que aparecen al final.
- Resolver en equipos la actividad 2, "La serie numérica oral y su representación gráfica convencional" (pp. 39-44) del *Taller para maestros*, y comentar en forma colectiva las preguntas que aparecen al final. Destacar las semejanzas y diferencias entre el sistema arbitrario utilizado y el sistema decimal, en particular argumentar sobre la importancia del valor posicional del sistema escrito.
- Lectura individual de los apartados I y II del artículo "El sistema de numeración: un problema didáctico" (Lerner y Sadovsky, 1994). Posteriormente, en forma colectiva, emitir puntos de vista acerca de las siguientes afirmaciones y preguntas:
 - El sistema de numeración es un producto cultural, objeto de uso social cotidiano, que se ofrece a la indagación infantil desde las páginas de los libros, las listas de precios, los calendarios, las reglas, las direcciones, etcétera.
 - Los niños elaboran criterios propios para producir representaciones numéricas y la construcción de la notación convencional que hacen no sigue el orden de la serie, aunque ésta desempeñe un papel importante en esa construcción.
 - ¿Aprender el concepto de decena ayuda realmente a comprender los números o es más bien el conocimiento de los números y de su escritura- lo que ayuda a comprender el concepto de decena?
- Lectura individual de los apartados III y IV del artículo de Lerner y Sadovsky. Posteriormente, hacer una discusión colectiva con base en las siguientes afirmaciones y preguntas:
 - ¿Qué diferencia hay entre las propiedades de los números y las propiedades de la notación numérica?
 - En muchas de las actividades que se les proponen "...paradójicamente, para que los niños comprendan la posicionalidad, se hace desaparecer la posicionalidad..."
 - "...la noción de agrupamiento no es el origen de la comprensión de la posicionalidad..."
- Lectura individual del apartado V del artículo de Lerner y Sadovsky; después, en actividad colectiva, analizar los siguientes aspectos de las situaciones didácticas que se proponen:
 - Las variables didácticas que se pueden modificar para hacer compleja la situación.
 - Los procedimientos de solución que se propician.
 - Las formas de validar los resultados.
- Ver el video *Matemáticas. Primer grado* para escuchar los puntos de vista de los autores en relación con las actividades para el aprendizaje de la numeración.
- Analizar el fichero y el libro de texto de matemáticas, primer grado, para reconocer el tipo de actividades que se proponen acerca de la numeración. Posteriormente, se recomienda elegir una actividad para estudiar sus características; se sugiere, por ejemplo, la situación "Platos y cucharas" propuesta en la ficha 14 del *Fichero. Actividades didácticas. Primer grado*. Se analiza inicialmente tal como se propone y,

después, lo que pasaría al variar distintos aspectos, por ejemplo si se aumenta el tamaño de las cantidades.

- Para concluir este bloque, se sugiere observar en la escuela primaria o en otros ámbitos los conocimientos que tienen los niños de cinco a seis años acerca de los números, cómo los emplean de manera oral, la forma como los representan y los contextos en que los utilizan (pueden basarse en la experiencia reportada en el artículo de Lerner y Sadovsky, 1994). Posteriormente, en la escuela normal, comentar las observaciones, la relación que encuentran con el texto leído y el tipo de actividades que el maestro podría proponer a esos niños para que avancen en sus conocimientos sobre el sistema de numeración.

Bloque III. Las cuatro operaciones básicas con números naturales

En la primaria, la enseñanza de las cuatro operaciones básicas ocupa un lugar central y por tradición ha tendido a identificarse con la enseñanza de los algoritmos convencionales. Las operaciones básicas constituyen por ello un tema clave para propiciar la reflexión acerca del contenido matemático y de los procesos a través de los cuales los niños pueden apropiarse de él.

En este bloque se destaca tanto la existencia de diversos significados para una misma operación como la existencia de diversas técnicas de resolución o algoritmos. Asimismo, se analizan procesos de construcción de técnicas operatorias a partir de la resolución de situaciones problemáticas.

El tema es adecuado para analizar situaciones problemáticas a partir de variables como tamaño y tipo de números implicados, contexto, estructura semántica, forma de presentación de los datos.

Se introduce también el tema de cálculo mental y el uso de la calculadora como auxiliar didáctico en la clase de matemáticas.

Propósitos

Por medio del estudio de los contenidos y la realización de las actividades propuestas se espera que los estudiantes:

1. Analicen la relación entre las propiedades del sistema decimal de numeración y las de los algoritmos usuales.
2. Conozcan los diversos significados de cada una de las operaciones.
3. Conozcan diferentes alternativas para el uso de la calculadora como un recurso que contribuye al desarrollo de habilidades como el cálculo mental y la estimación de resultados.
4. Analicen, adapten o propongan situaciones didácticas relativas al aprendizaje de las operaciones básicas con números naturales.

Temas

1. Problemas aditivos y multiplicativos.
2. Proceso de aprendizaje de los niños en relación con las operaciones fundamentales.
3. Secuencias didácticas para el estudio de problemas aditivos y multiplicativos.
4. Cálculo mental, estimación de resultados y el uso de la calculadora.

Bibliografía básica

Block, D. *et al.* (1995) *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte, México, SEP, pp. 65-147.

*SEP (1992), "Problemas aditivos", en *Guía para el maestro. Primer grado. Educación primaria*, México, pp. 26-59.

*Ávila, A. (1994), "Problemas fáciles y problemas difíciles", en *Los niños también cuentan*, México, SEP (Libros del Rincón), pp. 55-65.

*Balbuena, H., D. Block y A. Carvajal (1995), "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto", en *Cero en Conducta*, año X, núm. 40-41, México, pp. 15-30.

*Block, D., I. Fuenlabrada, H. Balbuena y L. Ortega (1994), *Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir*, México, SEP (Libros del Rincón).

*Saiz, I. (1994), "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, pp. 185-218.

*Parra, C. (1994) "Cálculo mental en la escuela primaria", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, pp. 219-272.

*Gálvez, G. (1994), "La calculadora de bolsillo, un material didáctico para el aprendizaje de la matemática", en M. Arellano, G. Gálvez y M. A. Téllez, *La calculadora en la escuela*, Santiago, Ministerio de Educación (Programa MECE), pp. 5-14.

Bibliografía complementaria

Vergnaud, G. (1991), "Los problemas de tipo aditivo", en *El niño, las matemáticas y la realidad*, México, Trillas, pp. 161-184 y 197-223.

*Block, D., M. Dávila y P. Martínez (1995), "La resolución de problemas: una experiencia de formación de maestros", en *Educación matemática*, vol. VII, núm. 3, México, pp. 5-26.

*Ávila, A. (1996), "La comprensión y el procedimiento", en *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro*, año III, núm. 11, mayo-junio, México, pp. 6-14.

*Fuenlabrada, I., D. Block, A. Carvajal y P. Martínez (1994), *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar*, México, SEP(Libros del Rincón), 102 pp.

*Block, D. (1991), "Validación empírica del conocimiento en clase de matemáticas, en la primaria", en *Cero en Conducta*, año VI, núm. 25, México, pp. 10-15.

*Gálvez P. G., S. Navarro, M. Riveros y P. Zanacco (1994), *Aprendiendo matemáticas con calculadora*, Santiago, Ministerio de Educación (Programa MECE).

Actividades sugeridas

Para el estudio de los temas que conforman este bloque se sugieren las siguientes actividades:

- Plantear a los estudiantes los dos problemas de suma (tortas y tacos) y los dos problemas de resta (recreo, día del niño) que aparecen en el artículo "Problemas fáciles y problemas difíciles" (Ávila, A., 1994). Los resuelven y comentan acerca de las semejanzas y diferencias en cada par de problemas. Posteriormente leen el artículo para contrastar sus opiniones y se enfatiza el hecho de que la dificultad de los problemas no sólo depende de la operación con la que se resuelven sino de su estructura, es decir, del lugar en el que se encuentra la incógnita.
- Resolver la actividad 1, "Problemas aditivos con distintas estructuras (p. 81-86) del *Taller para maestros*, que incluye la lectura del artículo "Problemas aditivos" (SEP, 1992). A partir de estos trabajos los estudiantes pueden reconocer los problemas que se resuelven con la misma operación pueden tener diferentes niveles de dificultad. Se trata de que los estudiantes estén en posibilidad de analizar la estructura e inventar problemas aditivos sin darle mucha importancia a los términos que se usan para designar las categorías.
- Resolver la actividad 2, "Los procedimientos usuales para sumar y restar" (pp. 68-72) del *Taller para maestros*, y comentar sobre la relación que existe entre las reglas de un sistema de numeración y las operaciones que se resuelven con él. Como parte de esta misma actividad, leer el artículo "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto" (Balbuena *et al.*, pp. 15-22). Hablar sobre el proceso didáctico para el estudio de los problemas aditivos y el de las técnicas para resolver operaciones de suma y resta.
- Resolver la actividad 3, "Dos algoritmos para restar" (pp. 73-76) del *Taller para maestros*. Preguntar a los estudiantes si conocen otros algoritmos para resolver adiciones o sustracciones y comentar las preguntas que aparecen al final de la actividad.
- Analizar la situación "La caja" del fichero de matemáticas de primer grado. El análisis puede realizarse a partir de las siguientes preguntas:
 - ¿La situación implica efectivamente la realización de una suma o una resta?
 - ¿Qué significados de las operaciones están en juego?
 - ¿De qué manera se pueden validar los resultados?
 - ¿Los niños toman las decisiones de qué pasos seguir o éstos ya vienen indicados?
 - Dado el tamaño de las cantidades, ¿qué procedimientos de cálculo podrían poner en juego los niños?
 - ¿Cómo puede complejizarse el problema o cómo puede simplificarse?

Posteriormente pueden analizarse otros problemas de los libros de texto gratuitos de primero y segundo grados o de otras propuestas. Analizar una clase sobre el tema, ya sea a partir de un registro de observación realizado por los estudiantes mismos, o de una clase videograbada (véase "Los problemas en la clase de matemáticas", programa de televisión de la serie *Entre maestros*).

- Resolver la actividad 2, "Dos tipos de problemas de multiplicación" (pp. 109-111) del *Taller para maestros*, confrontar las respuestas y posteriormente resolver la actividad 1, "Dos tipos de problemas de división" (pp. 122-124 del mismo taller).
- Leer otra parte del artículo "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto" (Balbuena *et al.*, pp. 23-39), con el fin de distinguir los procesos didácticos para el estudio de los problemas multiplicativos y los que corresponden a las técnicas para

efectuar operaciones de multiplicación o división. Resolver la actividad 5, "Una forma antigua... pero eficiente de multiplicar".

- Resolver la actividad 3, "Del conteo a las cuentas" (pp. 127-134) del *Taller para maestros*, con el fin de analizar algunas interpretaciones que puede tener el residuo de una división. Esta parte se complementa con la lectura del artículo "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir", (Saiz, I. 1994). Se sugiere iniciar con la resolución de los cinco problemas que aparecen al final del artículo, hacer la caracterización de cada uno y ordenarlos de menor a mayor dificultad. Posteriormente se contrasta la caracterización hecha por los estudiantes con la que hace la autora del artículo, se analizan los tipos de errores en el algoritmo de la división y la sugerencia para corregirlos.
- Resolver la actividad 9, "Otros aspectos de la multiplicación y la división" (pp. 144-146) del *Taller para maestros*. Confrontar los resultados obtenidos y lo que se entiende por divisor, múltiplo, descomposición de un número en factores primos.
- En grupo, realizar una charla para emitir opiniones sobre el cálculo mental a partir de las siguientes preguntas:
 - ¿Cuáles son sus características más importantes?
 - ¿Qué ventajas ofrece en el estudio de las matemáticas?
 - ¿En qué situaciones de la vida diaria se utiliza?
 - ¿Qué actividades de cálculo mental se pueden realizar en la escuela?

Después de escuchar distintas opiniones se propone la lectura del artículo "Cálculo mental en la escuela primaria" (Parra, C., 1994). Se sugiere centrar la atención en el análisis de las situaciones problemáticas que se proponen y en las secuencias temáticas de primero a sexto grados que aparecen al final del artículo.

- Lectura individual del artículo "La calculadora de bolsillo, un material didáctico para el aprendizaje de las matemáticas" (Gálvez, G., 1994). Discusión colectiva en torno a los siguientes aspectos:
 - ¿Cuáles son los argumentos más importantes que se señalan en el artículo a favor del uso de la calculadora como auxiliar didáctico?
 - ¿Qué se recomienda hacer para contrarrestar la inquietud que puede surgir en los padres de familia?
 - Seleccionar ejemplos y aplicarlos, analizando los resultados.

Deshacer el efecto de una operación aritmética mediante otra operación aritmética es una actividad que permite reflexionar sobre la relación inversa entre las operaciones de suma y resta así como entre la multiplicación y la división. Para estudiar este aspecto se sugiere plantear problemas en forma de adivinanzas para que los estudiantes tengan que representar simbólicamente el problema y buscar una manera de resolverlo. Por ejemplo: pensé un número, le resté 127 y me dio como resultado 350. ¿Qué número pensé?

$$x - 127 = 350$$

$$x - 127 + 127 = 350 + 127$$

$$x = 477$$

Este mismo problema se puede hacer cada vez más complejo, por ejemplo:

Pensé un número, le sumé 238, el resultado lo dividí entre 3 y me dio 18. ¿Qué número pensé?

$$(x - 238) \div 3 = 18$$

Bloque IV. La geometría

La enseñanza de la geometría tiene como propósito contribuir efectivamente al desarrollo de los procesos de apropiación o dominio de las relaciones del sujeto con el espacio circundante; sin embargo, hasta hace muy poco tiempo nuestro conocimiento sobre estos procesos y sobre las situaciones que pueden propiciarlos era escaso. La enseñanza tendió a centrarse en la definición de objetos geométricos y en la construcción de figuras o cuerpos sin una problematización que hiciera necesario analizar sus propiedades. Posteriormente en la secundaria, mediante un salto abrupto, se pasaba a la demostración en la geometría euclidiana.

Actualmente se dedica un espacio mucho más amplio al estudio de la geometría, dándole gran importancia al análisis de las propiedades de líneas, figuras y cuerpos, al uso de instrumentos para realizar diferentes trazos, a la ubicación espacial y al cálculo geométrico.

En este bloque se revisan algunos de los aspectos centrales del tema de geometría en la escuela primaria, tanto los relativos a la orientación espacial y al conocimiento geométrico del espacio como los que se refieren al análisis de diferentes estrategias para su enseñanza.

Propósitos

Por medio del estudio de los contenidos y la realización de las actividades propuestas se espera que los estudiantes:

1. Profundicen en el conocimiento y la comprensión de las nociones básicas sobre geometría.
2. Utilicen adecuadamente los instrumentos para efectuar trazos geométricos.
3. Analicen secuencias de situaciones didácticas para el estudio de las nociones básicas de geometría.
4. Utilicen diversos materiales como recursos que favorecen el aprendizaje de la geometría.

Temas

- Orientación, organización y estructuración del espacio; el plano cartesiano.
- Propiedades geométricas de figuras planas y cuerpos.
- Dibujo y trazos geométricos. Construcciones con regla y compás.
- Situaciones didácticas para el desarrollo de la orientación espacial.
- Situaciones didácticas para el conocimiento de propiedades geométricas.

Bibliografía básica

Block, D. *et al.* (1995), *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte, México, SEP, pp. 151-198.

*Gálvez, G. (1994), "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, pp. 273-299.

*Fuenlabrada, I. (1996), "El conocimiento del espacio y el de la geometría. ¿Qué y cómo se enseña?", en *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro*, año III, núm. 11, mayo-junio, México, pp. 61-68.

*Alarcón, J. *et al.* (1996), "Dibujo y trazos geométricos", en *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*. México, SEP, 1996, pp. 225-233.

Martínez, A. y F. J. Rivaya, (coord.) (1989), "Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría", en *Matemáticas, cultura y aprendizaje*, tomo XVI, Síntesis, Madrid, pp. 49-105.

Actividades sugeridas

- Se sugiere organizar el grupo en seis equipos. Cada equipo se encargará de revisar el libro de texto gratuito y el fichero de un grado para identificar las actividades relacionadas con la ubicación espacial. Se trata de elaborar una relación de contenidos sobre este tema, de primero a sexto grados, para analizar los siguientes aspectos:
 - ¿Cuáles son las situaciones más simples y cuáles las más complejas?
 - ¿Cómo cambia el nivel de complejidad del contenido en los distintos grados?
 - ¿Qué tipo de material se utiliza en las diferentes actividades de ubicación espacial?
- Lectura individual de la primera parte del artículo "La enseñanza de la geometría en el ámbito de la educación infantil y primeros años de primaria" (Martínez y Rivaya, pp. 49-65) para identificar actividades interesantes que ayuden al desarrollo de la ubicación espacial.
- Resolver la actividad 3, "Nuestros materiales de trabajo" (pp. 195-197) del *Taller para maestros*. Comentar las respuestas a las preguntas que se plantean.
- Resolver la actividad 2, "¿Qué será?" (pp. 194 y 195) del *Taller para maestros*. Se sugiere que primero se utilice una figura irregular de cinco lados en lugar de un poliedro poco conocido. Una pareja de alumnos se encarga de ocultar la figura o el poliedro y de contestar las preguntas. Los demás alumnos plantean las preguntas que consideren necesarias para tratar de reproducir la figura o el poliedro.
- Se sugiere que el resto de las actividades giren en torno al artículo "La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo de la educación primaria" (Martínez y Rivaya pp. 67-105). Es conveniente que, por partes, se haga una lectura colectiva y después en equipos, que traten de resolver algunas de las actividades complementarias que se plantean. De este trabajo puede resultar un inventario de situaciones que complementen las que hay en los libros de texto y en los ficheros.

Materiales de trabajo

SEP (1993), Libros de texto gratuitos de Matemáticas, primer, tercer y quinto grados, México.

-(1994), Libros de texto gratuitos de Matemáticas segundo, cuarto y sexto grados, México.

-(1993), Ficheros de actividades didácticas, Matemáticas, primer, tercer y quinto grados, México.

-(1994), Ficheros de actividades didácticas, Matemáticas, segundo, cuarto y sexto grados, México.

-(1993), Libros para el maestro. Matemáticas, primer, tercer y quinto grados, México.

-(1995), "Las matemáticas en la educación básica", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

-(1995), "El papel de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas", en *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1993), "Los conceptos matemáticos y sus diversos significados", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 1 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

-(1996), "El juego en matemáticas", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 2 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1993), "La calculadora en la escuela", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 2 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1993), "La división", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 3 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1993), "La geometría", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 5 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1993), "La estimación", en la serie *El conocimiento en la escuela*, México, audiocasete núm. 5 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1996), "La evaluación y otras implicaciones del enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas", video en la serie *Entre maestros*, México.

-(1996), "Enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas", video en la serie *Entre maestros*, México.

-(1996), "El juego en el aprendizaje de las matemáticas", video en la serie *Entre maestros*, México.

* (1996), "Aprendiendo a dividir al resolver problemas", video en la serie *Entre maestros*, México.

17 * (1993), "Los problemas en las clases de matemáticas", video en la serie *Entre maestros*, México.

-(1995), *Las matemáticas en la escuela*, video núm. 21 (Programa Nacional de Actualización Permanente).

- (1993), Matemáticas. Primer grado, video, México (Programa Nacional de Actualización Permanente).

* (1991), *La enseñanza de las matemáticas*, video núm. 21, México (Programa de Actualización del Maestro).